

## DESARROLLO DE UN ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA APLICADO AL DISEÑO DE PARCHES DE MATERIAL COMPUESTO

H. Riojas-Roldán<sup>1</sup>, M. Braun<sup>1,2,\*</sup>, E.I. Villa<sup>1</sup> y C. Rocco<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Construcciones, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata. Calle 47 y 115 s/n, (B1900TAG) La Plata, Buenos Aires, República Argentina

<sup>2</sup> Consejo Nacional de Investigación Científicas y Técnicas (CONICET) CCT La Plata  
Calle 8 N° 1467, (B1904CMC), La Plata, Buenos Aires, Argentina

\* E-mail: matias.braun@ing.unlp.edu.ar

### 1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años, se ha invertido en la República Argentina mucho esfuerzo y dinero en la restauración y puesta en valor del sistema ferroviario nacional. Una de las principales tareas asociadas a dicho proyecto de rehabilitación es la reparación de los puentes metálicos que forman parte de dicha red. En este tipo de estructuras el deterioro puede ser debido a la corrosión, a los daños por impacto y/o a la formación de grietas por fatiga debido al aumento de la densidad del tráfico, al ataque del medio ambiente pero, fundamentalmente, a la falta de mantenimiento adecuado [1].

Tradicionalmente, la rehabilitación de las estructuras metálicas afectadas por alguna patología que pone en riesgo su vida en servicio se realiza empleando distintas técnicas de reparación, como soldadura, atornillado de parches o refuerzos de placas de acero [2]. No obstante, en las últimas décadas se ha extendido el uso de materiales compuestos para llevar a cabo reparaciones, adhiriéndolos al componente estructural dañado. Esto se debe a que este tipo de materiales presenta numerosas ventajas, que incluyen: baja densidad, mejora del comportamiento a fatiga, reducción de costos y una excelente capacidad para amoldarse a las superficies curvas e irregulares típicamente presentes en las estructuras [3-5]. Además, este tipo de reparaciones proporcionan una transferencia de carga más eficiente y uniforme en comparación con las reparaciones mecánicas, ya que reducen la concentración de tensiones [6,7].

El proceso típico de diseño de estos parches de material compuesto, en placas fisuradas, se realizan mediante procesos iterativos donde se adoptan arbitrariamente parches con distinta geometría y se verifica la estabilidad de la fisura en cada caso. Asimismo, existen estudios en los que se han analizado los parches más eficientes en casos sencillos, donde las placas a reparar son de espesor delgado y las fisuras son rectas. Sin embargo, este proceso de diseño no garantiza que la forma del parche sea la óptima, sino que permite establecer comparativamente la eficiencia de una configuración determinada en relación a otra [10].

En el presente trabajo se ha propuesto un algoritmo de optimización topológica aplicado a materiales ortótropos, implementado en el lenguaje de programación MatLab y el código comercial de Elementos Finitos (EF) Abaqus/Standard [11]. Para evaluar la capacidad del modelo se ha estudiado el caso de una placa de aluminio con una fisura inclinada, reparada con parches de material compuesto, colocados en ambas caras de la placa. Para evaluar la eficiencia de los parches, se ha calculado el Factor de Intensidad de Tensiones (FIT) en modo I y II, en el extremo de la fisura.

Los resultados obtenidos se han comparado con el estudio llevado a cabo por Ramji *et al.* [12]. Este análisis comparativo ha permitido evidenciar el potencial del algoritmo de optimización topológica desarrollado para ser aplicado al diseño eficiente de parches.

## 2. DESCRIPCIÓN DEL MODELO

### 2.1. Generalidades

El algoritmo de optimización topológica desarrollado en este trabajo se aplica al diseño de parches de material compuesto para la reparación de estructura. En este problema intervienen tres partes: la estructura a reparar, el material compuesto de refuerzo, y por último el adhesivo, que permite materializar la adherencia entre el parche y la estructura a reparar (ver Fig. 1).

El problema de optimización consiste en dimensionar la forma de dicho parche, garantizando la estabilidad de la fisura del elemento estructural. Para ello se considera que la geometría de la placa, y sus solicitaciones se encuentran fijas a lo largo del análisis, mientras que las superficies del adhesivo y del parche se reducen, manteniendo sus espesores constantes.

Es importante señalar que el modelo propuesto es válido para materiales presentan comportamiento elástico y lineal. Además, el parche de material compuesto debe ser unidireccional, y de pequeño espesor.

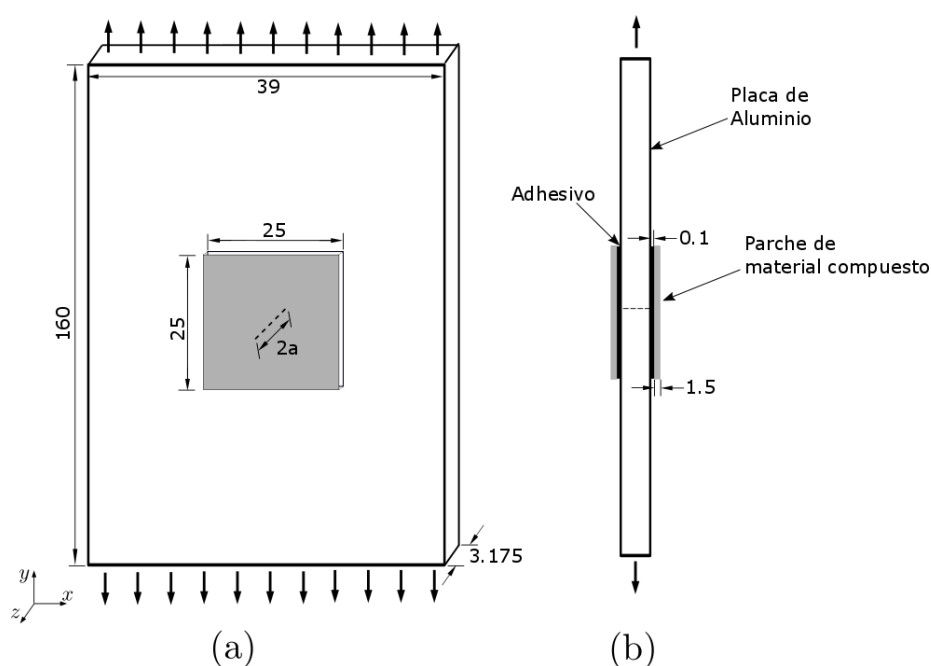


Figura 1. Geometría del modelo: (a) vista en perspectiva, (b) vista lateral. Todas las dimensiones en milímetros.

### 2.2. Descripción de Algoritmo de Optimización Topológica

El algoritmo de optimización topológica propuesto consiste básicamente en detectar y eliminar los elementos menos solicitados, de la malla de EF con la que es discretizado el parche.

Se parte de una geometría inicial de parche que es definida arbitrariamente, se calculan las tensiones mediante el código comercial de EF Abaqus/Standard, y a partir de un algoritmo desarrollado en MatLab se determinan los elementos menos solicitados. Estos elementos son eliminados, y se vuelven a calcular las solicitaciones para esta nueva configuración.

La cantidad de elementos eliminados en cada iteración es fijada al inicio del análisis, con el objetivo de no eliminar demasiados elementos, evitando que ocurra una variación excesiva de la distribución de tensiones de una iteración a otra. Pero también es necesario garantizar que el número de elementos a eliminar no sea extremadamente pequeño, ya que esto conduciría a un importante número de iteraciones, lo que se vería traducido en un elevado coste computacional.

Típicamente, en los modelos de optimización topológica se emplea como parámetro de sollicitación del elemento la tensión de Von Mises [11]. Debido a que este criterio no es aplicable a materiales ortótropos se ha propuesto determinar la sollicitación de los elementos que componen el parche mediante el criterio de rotura de Tsai-Hill.

En la Ec. (1) se muestra el criterio Tsai-Hill en su versión simplificada para dos dimensiones, en el que se considera que un punto determinado de la lámina ha fallado cuando  $l_f$  alcanza el valor de la unidad.

$$L_f = \left(\frac{\sigma_{11}}{X}\right)^2 - \frac{\sigma_{11}\sigma_{22}}{Y^2} + \left(\frac{\sigma_{22}}{Y}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S}\right)^2 \quad (1)$$

donde  $X$  es la resistencia en la dirección de las fibras,  $Y$  la resistencia en la dirección perpendicular,  $S$  la resistencia a cortadura,  $\sigma_{11}$  la tensión en la dirección de las fibras,  $\sigma_{22}$  la tensión en la dirección perpendicular, y  $\sigma_{12}$  es la tensión de cortadura.

### 3. PROBLEMA DE VALIDACIÓN

#### 3.1. Condiciones de Contorno y Propiedades de los Materiales

En esta sección se ha descrito la geometría, las condiciones de contorno y las propiedades de los materiales del problema analizado, para validar el algoritmo propuesto. En la Fig. 1 se describe el caso estudiado, que consiste en un panel fisurado de aluminio tipo 2014 T6 sometida a una tensión de tracción de 121.11 MPa. Se trata de una placa rectangular de 160x39 mm<sup>2</sup>, y 3.175 mm de espesor que contiene una fisura  $2a$ , inclinada y centrada, de 10 mm de longitud. La inclinación de la fisura es de 45° con respecto a la horizontal, como se señala en la Fig. 1.

Propiedades	Materiales		
	Aluminio	Refuerzo Carbono/Epoxi	Adhesivo
$E/E_{11}$ - [GPa]	73.1	135	4.59
$E_{22}$ - [GPa]	-	9	-
$E_{33}$ - [GPa]	-	9	-
$\nu/\nu_{12}$	0.30	0.30	0.47
$\nu_{13}$	-	0.02	-
$\nu_{23}$	-	0.02	-
$G_{12}$ - [GPa]	-	8	-
$G_{13}$ - [GPa]	-	5	-
$G_{23}$ - [GPa]	-	5	-

Tabla 1: Propiedades mecánicas de los materiales considerados [13].

Los parches son de láminas unidireccionales de carbono/epoxi, de 0.375 mm de espesor. La dirección de las fibras coincide con la dirección de aplicación de las cargas. La adherencia entre la placa y el material compuesto se ha materializado mediante un adhesivo AV138/HV998.

Las propiedades empleadas para modelar el aluminio, el adhesivo y el parche han sido extraídas de la literatura [12]. En la Tabla 1 se muestran las propiedades mecánicas adoptadas para estos materiales, donde  $E$  es el módulo de Young,  $G$  el módulo de cortadura, y  $\nu$  el coeficiente de Poisson.

### 3.2. Descripción del modelo de EF

Todas las partes del modelo han sido discretizadas con elementos tridimensionales continuos de integración reducida de 8 nodos (C3D8R) [11]. Empleándose 123054, 26569 y 26569 elementos para discretizar la lámina, el adhesivo y el parche, respectivamente. Con el objetivo de reducir el costo computacional, se ha modelado la mitad del espesor de la placa, introduciendo la condición de simetría correspondiente en el plano interior de la misma.

Para modelar la interacción entre el material compuesto, el adhesivo y la placa de aluminio se han empleado contactos tipo *tie* [11], que permite considerar una adherencia perfecta de los materiales [8, 9, 12].

Se ha asumido que el frente de fisura es perpendicular al plano del panel, por lo tanto el Modo III del FIT ha sido despreciado. El FIT es deducido a partir de la Integral J utilizando la siguiente expresión:

$$J = \frac{K_I^2}{E'} + \frac{K_{II}^2}{E'} \quad (2)$$

donde  $E'$  es el módulo de elasticidad efectivo, que en condiciones de tensiones planas es igual al módulo de Young. La Integral J ha sido calculada considerando 8 contornos de integración para cada punto del extremo de fisura. El plano de cada contorno se ha definido en la dirección normal al frente de fisura.

## 4. RESULTADOS Y ANÁLISIS

Para estimar la eficiencia de la forma del parche sobre paneles fisurados sometidos a modos mixtos, se suele emplear el parámetro  $R$  el cuál es definido de acuerdo a la siguiente expresión [12]:

$$R = \sqrt{\left(\frac{K_I - K_I^R}{K_I}\right)^2 + \left(\frac{K_{II} - K_{II}^R}{K_{II}}\right)^2} \quad (3)$$

donde  $K_I$  y  $K_{II}$  representan los valores del FIT de la placa sin reparar en modo I y II, respectivamente. Mientras que  $K_I^R$  y  $K_{II}^R$  representan el FIT en modo I y II de la placa reparada. Este parámetro  $R$  combina la reducción del FIT en modo I y II, lo que permite comparar la eficiencia de la forma del parche. Valores altos de  $R$  indican una mejor performance, con respecto a la reducción del FIT. En la comparación de resultados del FIT y  $R$ , se han considerado los valores correspondientes al plano medio de la placa.

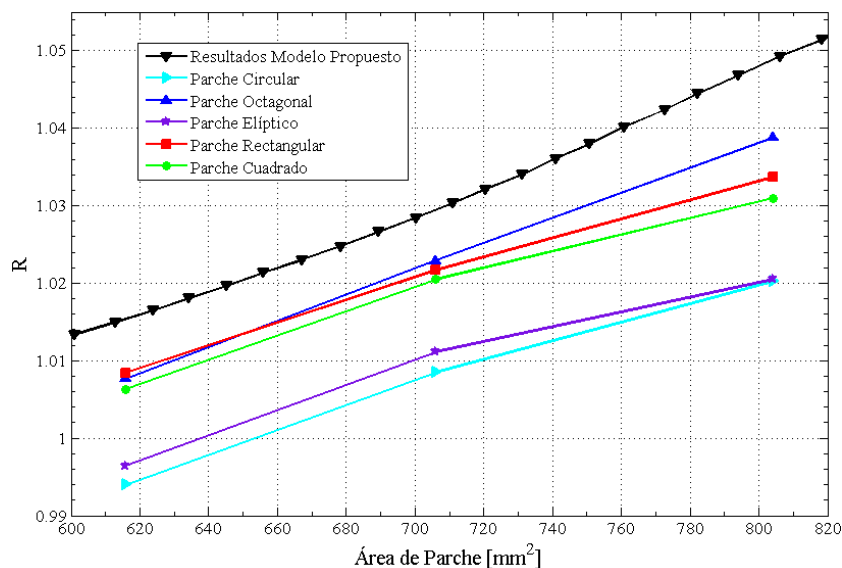


Figura 2. Variación del parámetro  $R$  en función del tamaño del parche.

En la Fig. 2 se muestran los valores del parámetro  $R$  en función del área del parche. Los resultados han sido comparados con datos presentados por Ramji *et al.* [12], para distintas geometrías de parches. En esta figura puede observarse que los resultados del algoritmo propuesto presentan la solución más eficiente, si tenemos en cuenta que para todos los tamaños de parche analizados se tiene un valor mayor del parámetro  $R$ .

En la Fig. 3 se pueden ver las geometrías de los parches obtenidas con el algoritmo propuesto, para tamaños de 616, 706 y 804 mm<sup>2</sup>. En esta figura se han señalado en rojo los elementos eliminados, representando en verde la geometría final del parche.

Como puede verse, para tamaño grandes de parche la geometría adopta una forma octagonal, lo que coincide con los resultados presentados por Ramji *et al.* [12], con la diferencia de que se obtiene otra proporción de lados, y por ello una solución más eficiente. Mientras que para tamaños más pequeños la forma más eficiente pasa a ser un hexágono, geometría no analizada en otros trabajos. Como puede verse, la forma más eficiente de parche cambia en función de las dimensiones del mismo, lo que tiene concordancia con los resultados presentados por otros autores [12]. También es importante señalar que las geometrías obtenidas no presentan huecos en su interior, ni formas irregulares, que podrían dar lugar a soluciones inválidas a fines prácticos.

## 5. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha propuesto un algoritmo de optimización topológica aplicado a materiales ortótropos, en particular para el diseño de parches de material compuesto.

Con el objetivo de validar el modelo propuesto se ha analizado el problema de una placa de aluminio sometida a tracción, con una fisura inclinada, reparada con parches de material compuesto. Los resultados han sido comparados con datos de la literatura, donde se ha podido observar que el algoritmo desarrollado permite obtener diseños de parches más eficientes.

Es importante destacar que las formas de parches obtenidas no presentan hueco, ni contornos irregulares, que podrían dar lugar a soluciones inválidas a fines prácticos. Los resultados dejan en evidencia el potencial de la herramienta numérica desarrollada, para el diseño de parches de material compuesto.

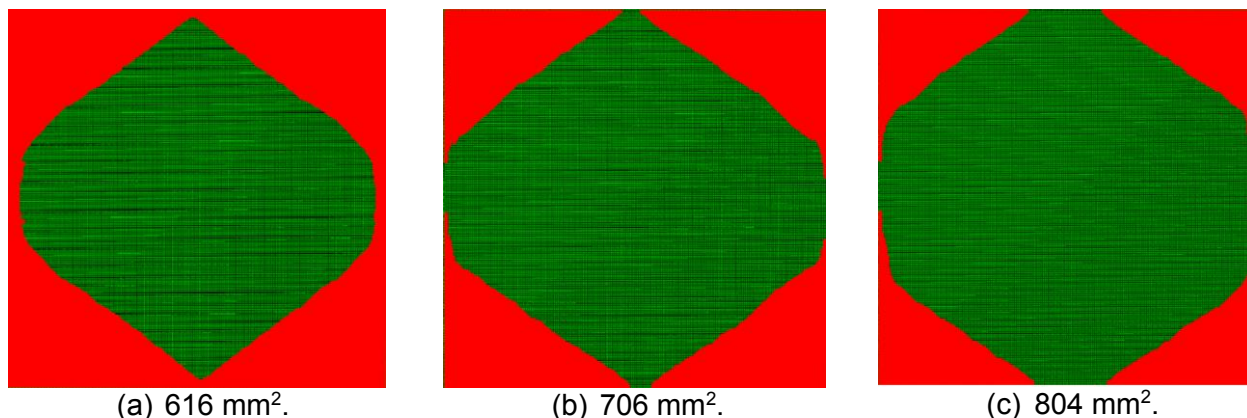


Figura 3. Geometrías de parches obtenidas con el algoritmo de optimización topológica.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] M. Kamruzzaman, M.Z. Jumaat, N.H.R. Sulong, A.B.M.S. Islam. A review on strengthening steel beams using FRP under fatigue. *Sci. World J*; 1–21, 2014.
- [2] M. Gholami, A.R.M. Sam, J.M. Yatim, M.M. Tahir. A review of steel/CFRP strengthening systems focusing environmental performance. *Constr. Build. Mater*; 47:301–310, 2013.
- [3] V.M. Karbhari, F. Seible. Fiber reinforced composites – advanced materials for the renewal of civil infrastructure. *Appl. Compos. Mater*; 7:95–124, 2000.
- [4] A. Baker, R. Jones. Bonded repair of aircraft structures, Martinus Nijhoff Publishers, 1989.
- [5] A. Baker, R.J. Chester. Recent advances in bonded composite repair technology for metallic aircraft components. *Proc Int Conf Adv Comp Mat*; 45-49, 1993.
- [6] C.N. Duong, C.H. Wang. Composite Repair: Theory and Design. Elsevier Science Ltd, Oxford 2007.
- [7] S. Pantelakis, K.I. Tserpes. Adhesive bonding of composite aircraft structures: Challenges and recent developments. *Sci China-Phys Mech Astron*; 57: 2011, 2014.
- [8] B.A. Bachir Bouiadjra, M. Belhouari, B. Serier. Computation of the stress intensity factor for repaired cracks with bonded composite patch in mode I and mixed mode. *Compos Struct*; 56:401-406, 2002.
- [9] F. Benyahiaa, A. Albedaha, B.A. Bachir Bouiadjra. Elliptical and Circular Bonded Composite Repair under Mechanical and Thermal Loading in Aircraft Structures. *Mat Res*; 17: 1219-1225, 2014.
- [10] D. Ouinas, B.B. Bouiadjra, B. Serier, M. Said Bekkouché. Comparison of the effectiveness of boron/epoxy and graphite/epoxy patches for repaired cracks emanating from a semicircular notch edge. *Compos Struct*; 80:514-522, 2007.
- [11] ABAQUS, *User's Manual Version 6.13*, Hibbitt, Karlsson and Sorensen Inc, 2014.
- [12] M. Ramji, R. Srilakshmi, M. Bhanu Prakash. Towards optimization of patch shape on the performance of bonded composite repair using FEM. *Compos. Part B*; 45: 710-720, 2013.